

UJI CHI KUADRAT (χ^2)

1. Pendahuluan

Uji Chi Kuadrat adalah pengujian hipotesis mengenai perbandingan antara :

☞ frekuensi observasi/yg benar-benar terjadi/aktual
dengan
📖 frekuensi harapan/ekspektasi

1.1. Pengertian Frekuensi Observasi dan Frekuensi Harapan

☞ frekuensi observasi → nilainya didapat dari hasil percobaan (o)

📖 frekuensi harapan → nilainya dapat dihitung secara teoritis (e)

Contoh :

1. Sebuah dadu setimbang dilempar sekali (1 kali) berapa nilai ekspektasi sisi-1, sisi-2, sisi-3, sisi-4, sisi-5 dan sisi-6 muncul?

kategori :	sisi-1	sisi-2	sisi-3	sisi-4	sisi-5	sisi-6
frekuensi ekspektasi (e)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

2. Sebuah dadu setimbang dilempar 120 kali berapa nilai ekspektasi sisi-1, sisi-2, sisi-3, sisi-4, sisi-5 dan sisi-6 muncul?

kategori :	sisi-1	sisi-2	sisi-3	sisi-4	sisi-5	sisi-6
frekuensi ekspektasi (e)	20*	20	20	20	20	20

*) setiap kategori memiliki frekuensi ekspektasi yang sama yaitu : $\frac{1}{6} \times 120 = 20$

Apakah data observasi akan sama dengan ekspektasi?

Apakah jika anda melempar dadu 120 kali maka pasti setiap sisi akan muncul sebanyak 20 kali?

Coba lempar dadu sebanyak 120 kali, catat hasilnya, berapa frekuensi kemunculan setiap sisi?

Catatan saudara tersebut adalah frekuensi observasi.

1.2. Bentuk Distribusi Chi Kuadrat (χ^2)

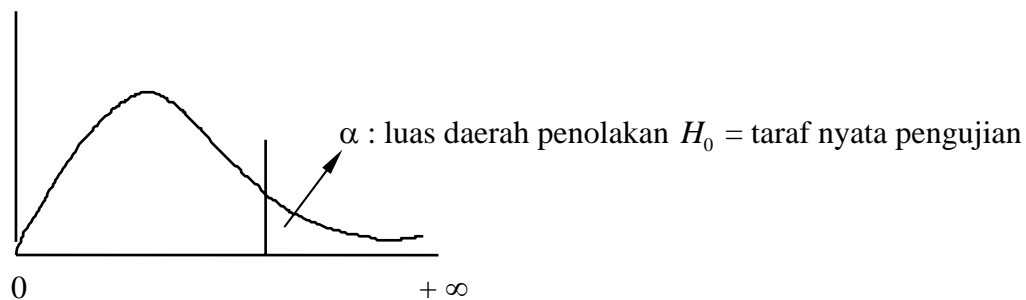
Nilai χ^2 adalah nilai kuadrat karena itu nilai χ^2 selalu positif.

Bentuk distribusi χ^2 tergantung dari derajat bebas(db)/degree of freedom.
Perhatikan Tabel hal 178 dan 179 (Buku Statistika-2, Gunadarma).
Anda bisa membacanya?

Contoh : Berapa nilai χ^2 untuk db = 5 dengan $\alpha = 0.010$? (15.0863)
 Berapa nilai χ^2 untuk db = 17 dengan $\alpha = 0.005$? (35.7185)

Pengertian α pada Uji χ^2 sama dengan pengujian hipotesis yang lain, yaitu luas daerah penolakan H_0 atau taraf nyata pengujian

Perhatikan gambar berikut :



1.3. Penggunaan Uji χ^2

Uji χ^2 dapat digunakan untuk :

- Uji Kecocokan = Uji kebaikan-suai = *Goodness of fit test*
- Uji Kebebasan
- Uji beberapa proporsi

Prinsip pengerjaan (b) dan (c) sama saja

2. Uji Kecocokan (*Goodness of fit test*)

2.1 Penetapan Hipotesis Awal dan Hipotesis Alternatif

H_0 : frekuensi setiap kategori memenuhi suatu nilai/perbandingan.

H_1 : Ada kategori yang tidak memenuhi nilai/perbandingan tersebut.

Contoh 1 :

Pelemparan dadu 120 kali, kita akan menguji kesetimbangan dadu . Dadu setimbang jika setiap sisi dadu akan muncul 20 kali.

H_0 : setiap sisi akan muncul = 20 kali.

H_1 : ada sisi yang muncul \neq 20 kali.

Contoh 2 :

Sebuah mesin pencampur adonan es krim akan menghasilkan perbandingan antara

Coklat : Gula : Susu : Krim = 5 : 2 : 2 : 1

H_0 : perbandingan Coklat : Gula : Susu : Krim = 5 : 2 : 2 : 1

H_1 : perbandingan Coklat : Gula : Susu : Krim \neq 5 : 2 : 2 : 1

2.2 Rumus χ^2

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

k : banyaknya kategori/sel, 1,2 ... k

o_i : frekuensi observasi untuk kategori ke-i

e_i : frekuensi ekspektasi untuk kategori ke-i

kaitkan dengan frekuensi ekspektasi dengan nilai/perbandingan dalam H_0

Derajat Bebas (db) = k - 1

2.3 Perhitungan χ^2

Contoh 3 :

Pelemparan dadu sebanyak 120 kali menghasilkan data sebagai berikut :

kategori :	sisi-1	sisi-2	sisi-3	sisi-4	sisi-5	sisi-6
frekuensi observasi	20	22	17	18	19	24

*) Nilai dalam kotak kecil adalah frekuensi ekspektasi

Apakah dadu itu dapat dikatakan setimbang?

Lakukan pengujian dengan taraf nyata = 5 %

Solusi :

1. H_0 : Dadu setimbang \rightarrow semua sisi akan muncul = 20 kali.
 H_1 : Dadu tidak setimbang \rightarrow ada sisi yang muncul \neq 20 kali.
2. Statistik Uji χ^2
3. Nilai $\alpha = 5\% = 0.05$
 $k = 6$; $db = k - 1 = 6 - 1 = 5$
4. Nilai Tabel χ^2
 $k = 6$; $db = k - 1 = 6 - 1 = 5$
 $db = 5; \alpha = 0.05 \rightarrow \chi^2 \text{ tabel} = 11.0705$
5. Wilayah Kritis = Penolakan H_0 jika $\chi^2 \text{ hitung} > \chi^2 \text{ tabel} (db; \alpha)$
 $\chi^2 \text{ hitung} > 11.0705$
6. Perhitungan χ^2

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

(catatan : Gunakan tabel seperti ini agar pengerjaan lebih sistematis)

kategori :	o_i	e_i	$(o_i - e_i)$	$(o_i - e_i)^2$	$(o_i - e_i)^2 / e_i$
sisi-1	20	20	0	0	0
sisi-2	22	20	2	4	0.20
sisi-3	17	20	-3	9	0.45
sisi-4	18	20	-2	4	0.20
sisi-5	19	20	-1	1	0.05
sisi-6	24	20	4	16	0.80
Σ	120	120	-----	-----	1.70

$\chi^2 \text{ hitung} = 1.70$

7. Kesimpulan :
 $\chi^2 \text{ hitung} = 1.70 < \chi^2 \text{ tabel}$
 Nilai $\chi^2 \text{ hitung}$ ada di daerah penerimaan H_0
 H_0 diterima; pernyataan dadu setimbang dapat diterima.

Contoh 4 :

Sebuah mesin pencampur adonan es krim akan menghasilkan perbandingan antara Coklat : Gula : Susu : Krim = 5 : 2 : 2 : 1. Jika 500 kg adonan yang dihasilkan, diketahui mengandung 275 kg Coklat, 95 kg Gula, 70 kg Susu dan 60 kg Krim, apakah mesin itu bekerja sesuai dengan perbandingan yang telah ditentukan? Lakukan pengujian dengan taraf nyata = 1 %.

Solusi :

- H_0 : perbandingan Coklat : Gula : Susu : Krim = 5 : 2 : 2 : 1
 H_1 : perbandingan Coklat : Gula : Susu : Krim \neq 5 : 2 : 2 : 1

2. Statistik Uji χ^2

3. Nilai $\alpha = 1\% = 0.01$

4. Nilai Tabel χ^2

$$k = 4; db = k - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$db = 3; \alpha = 0.01 \rightarrow \chi^2 \text{ tabel} = 11.3449$$

5. Wilayah Kritis = Penolakan H_0 jika χ^2 hitung $>$ χ^2 tabel (db; α)
 χ^2 hitung $>$ 11.3449

6. Perhitungan χ^2

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

kategori :	o_i	e_i	$(o_i - e_i)$	$(o_i - e_i)^2$	$(o_i - e_i)^2 / e_i$
Coklat	275	250*)	25	625	2.50
Gula	95	100	-5	25	0.25
Susu	70	100	-30	900	9.00
Krim	60	50	10	100	2.00
Σ	500	500	-----	-----	13.75

*) Perbandingan Coklat : Gula : Susu : Krim = 5 : 2 : 2 : 1

Dari 500 kg adonan \rightarrow Nilai ekspektasi Coklat = $5/10 \times 500 = 250$ kg

Nilai ekspektasi Gula = $2/10 \times 500 = 100$ kg

Nilai ekspektasi Susu = $2/10 \times 500 = 100$ kg

Nilai ekspektasi Krim = $1/10 \times 500 = 50$ kg

χ^2 hitung = 13.75

7. Kesimpulan :

χ^2 hitung $>$ χ^2 tabel (13.75 $>$ 11.3449)

H_0 ditolak, H_1 diterima.

Perbandingan Coklat : Gula : Susu : Krim \neq 5 : 2 : 2 : 1

3. Uji Kebebasan dan Uji Beberapa Proporsi

Uji kebebasan antara 2 variabel memiliki prinsip pengerjaan yang sama dengan pengujian beberapa proporsi.

(Berbeda hanya pada penetapan Hipotesis awal dan hipotesis alternatif)

3.1 Penetapan Hipotesis Awal dan Hipotesis Alternatif

A. Uji Kebebasan :

H_0 : variabel-variabel saling bebas

H_1 : variabel-variabel tidak saling bebas

B Uji Beberapa Proporsi :

H_0 : setiap proporsi bernilai sama

H_1 : ada proporsi yang bernilai tidak sama

3.2 Rumus Uji χ^2

Data dalam pengujian ketergantungan dan beberapa proporsi disajikan dalam bentuk Tabel Kontingensi.

Bentuk umum Tabel Kontingensi → berukuran r baris x k kolom

$$\text{frekuensi harapan} = \frac{(\text{total kolom}) \times (\text{total baris})}{\text{total observasi}}$$

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{r,k} \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

derajat bebas = (r-1)(k-1)

r : banyak baris

k : banyak kolom

o_{ij} : frekuensi observasi baris ke-i, kolom ke-j

e_{ij} : frekuensi ekspektasi baris ke-i, kolom ke-j

3.3 Perhitungan χ^2

Contoh 5 :

Kita akan menguji kebebasan antara faktor gender (jenis kelamin) dengan jam kerja di suatu pabrik. Tabel kontingensi dapat dibuat sebagai berikut :

	pria	wanita	Total Baris
Kurang dari 25 jam/minggu	2 2.33	3 2.67	5
25 sampai 50 jam/minggu	7 6.07	6 6.93	13
lebih dari 50 jam/minggu	5 5.60	7 6.40	12
Total Kolom	14	16	Total Observasi= 30

*) Nilai dalam kotak kecil adalah frekuensi ekspektasi
Perhatikan cara mendapatkan frekuensi ekspektasi!

Apakah ada kaitan antara gender dengan jam kerja?

Lakukan pengujian kebebasan variabel dengan taraf uji 5 %

Ukuran Tabel Kontingensi di atas = 3 x 2 (3 baris dan 2 kolom)

$$db = (3-1)(2-1) = 2 \times 1 = 2$$

Solusi :

- H_0 : Gender dan Jam kerja saling bebas
 H_1 : Gender dan Jam kerja tidak saling bebas
- Statistik Uji = χ^2
- Nilai $\alpha = 5 \% = 0.05$
- Nilai Tabel χ^2 db = 2; $\alpha = 0.05 \rightarrow \chi^2$ tabel = 5.99147
- Wilayah Kritis : Penolakan $H_0 \rightarrow \chi^2$ hitung > χ^2 tabel
 χ^2 hitung > 5.99147
- Perhitungan χ^2

$$\text{frekuensi harapan} = \frac{(\text{total kolom}) \times (\text{total baris})}{\text{total observasi}}$$

frekuensi harapan untuk :

$$\text{pria, } < 25 \text{ jam} = \frac{14 \times 5}{30} = 2.33 \qquad \text{pria, 25-50 jam} = \frac{14 \times 13}{30} = 6.07$$

$$\text{pria, } > 50 \text{ jam} = \frac{14 \times 12}{30} = 5.60$$

$$\text{wanita, } < 25 \text{ jam} = \frac{16 \times 5}{30} = 2.67$$

$$\text{wanita, } 25-50 \text{ jam} = \frac{16 \times 13}{30} = 6.93$$

$$\text{wanita, } > 50 \text{ jam} = \frac{16 \times 12}{30} = 6.40$$

Selesaikan Tabel perhitungan χ^2 di bawah ini.

kategori :	o_i	e_i	$(o_i - e_i)$	$(o_i - e_i)^2$	$(o_i - e_i)^2 / e_i$
P, < 25	2	2.33	-0.33	0.1089	$0.1089 / 2.33 = 0.0467$
P, 25 - 50	7	6.07	0.93	0.8649	0.1425
P, > 50	5	5.60	-0.60	0.36	0.0643
W, < 25	3	2.67	0.33	0.1089	0.0408
W, 25-50	6	6.93	-0.93	0.8649	0.1249
W, >50	7	6.40	0.60	0.36	0.0563
Σ	-----	-----	-----	-----	$\chi^2 \text{ hitung} = 0.4755$

7. Kesimpulan

$\chi^2 \text{ hitung} < \chi^2 \text{ tabel} (0.4755 < 5.99147)$

$\chi^2 \text{ hitung}$ ada di daerah penerimaan H_0

H_0 diterima, gender dan jam kerja saling bebas

Catatan : Kesimpulan hanya menyangkut kebebasan antar variabel dan bukan hubungan sebab-akibat (hubungan kausal)

Contoh 6 :

Berikut adalah data proporsi penyiaran film (satuan pengukuran dalam persentase (%)) jam siaran TV di 3 stasiun TV. Apakah proporsi pemutaran Film India, Kungfu dan Latin di ketiga stasiun Tv tersebut sama? Lakukan Pengujian proporsi dengan Taraf Nyata = 2.5 %

	ATV (%)	BTV (%)	CTV (%)	Total Baris (%)
Film India	$\frac{4.17}{4.5}$	$\frac{2.92}{3.5}$	$\frac{2.92}{2.0}$	10
Film Kungfu	$\frac{3.33}{2.5}$	$\frac{2.33}{1.0}$	$\frac{2.33}{4.5}$	8
Film Latin	$\frac{2.50}{3.0}$	$\frac{1.75}{2.5}$	$\frac{1.75}{0.5}$	6
Total Kolom (%)	10	7	7	Total Observasi (%) = 24

*) Nilai dalam kotak kecil adalah frekuensi ekspektasi
Perhatikan cara mendapatkan frekuensi ekspektasi!

Ukuran Tabel Kontingensi di atas = 3 x 3 (3 baris dan 3 kolom)

$$db = (3-1)(3-1) = 2 \times 2 = 4$$

Solusi :

1. H_0 : Proporsi pemutaran film India, Kungfu dan Latin di ketiga stasiun TV adalah sama.
 H_1 : Ada proporsi pemutaran film India, Kungfu dan Latin di ketiga stasiun TV yang tidak sama.
2. Statistik Uji = χ^2
3. Nilai $\alpha = 2.5 \% = 0.025$
4. Nilai Tabel χ^2 db = 4; $\alpha = 0.025 \rightarrow \chi^2$ tabel = 11.1433
5. Wilayah Kritis : Penolakan $H_0 \rightarrow \chi^2$ hitung > χ^2 tabel
 χ^2 hitung > 11.1433
6. Perhitungan χ^2
frekuensi harapan untuk

$$\text{India, ATV} = \frac{10 \times 10}{24} = 4.17$$

$$\text{Kungfu, ATV} = \frac{10 \times 8}{24} = 3.33$$

$$\text{Latin, ATV} = \frac{10 \times 6}{24} = 2.50$$

$$\text{India, BTV} = \frac{7 \times 10}{24} = 2.92$$

$$\text{Kungfu, BTV} = \frac{7 \times 8}{24} = 2.33$$

$$\text{Latin, BTV} = \frac{7 \times 6}{24} = 1.75$$

$$\text{India, CTV} = \frac{7 \times 10}{24} = 2.92$$

$$\text{Kungfu, CTV} = \frac{7 \times 8}{24} = 2.33$$

$$\text{Latin, CTV} = \frac{7 \times 6}{24} = 1.75$$

Tabel perhitungan χ^2 berikut

kategori :	o_i	e_i	$(o_i - e_i)$	$(o_i - e_i)^2$	$(o_i - e_i)^2 / e_i$
Ind,ATV	4.5	4.17	0.33	0.1089	$0.1089/4.17 = 0.0261$
Kf,ATV	2.5	3.33	-0.83	0.6889	0.2069
Lat,ATV	3.0	2.50	0.50	0.2500	0.1000
Ind,BTV	3.5	2.92	-0.58	0.3364	0.1152
Kf,BTV	1.0	2.33	-1.33	1.7689	0.7592
Lat,BTC	2.5	1.75	0.75	0.5625	0.3214
Ind,CTV	2.0	2.92	-0.92	0.8464	0.2899
Kf,CTV	4.5	2.33	2.17	4.7089	2.0201
Lat,CTV	0.5	1.75	-1.25	1.5625	0.8929
Σ	24	-----	-----	-----	χ^2 hitung = 4.7317

7. Kesimpulan : χ^2 hitung terletak di daerah penerimaan H_0 .
 H_0 diterima, proporsi pemutaran ketiga jenis film di ketiga stasiun TV adalah sama.

♥ ♥